МАЈА СТУДЕН

Linearna algebra 1

29.01.2009.

1. Odrediti rang matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k & -1 & 2 \\ 2 & -1 & k & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}, \ k \in \mathbb{R}.$$

2. Izračunati determinantu

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 8 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Za svaki $m \in \mathbb{R}$ odrediti skup rješenja sistema

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} mx_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & mx_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & mx_3 & + & x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & mx_4 & = & 0. \end{array}$$

4. U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^4$ dati su potprostori $U = L\{(1,1,1,2),(1,2,2,\alpha)\}$ i $V = L\{(1,3,4,\alpha+2),(1,4,\alpha,\alpha+4)\}$ $(\alpha \in \mathbb{R})$.

   a) Odrediti baze i dimenzije vektorskih potprostora $U + V$ i $U \cap V$ u zavisnosti od α.

   b) Za one vrijednosti parametra α za koje je $\dim(U + V) < 4$ ispitati da li vektor $\mathrm{v} = (1,2,3,4)$ pripada potprostoru $U + V$.

5. Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz koordinatni početak i siječe prave

$$x = \frac{y-1}{-1} = z - 3,$$

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{3}.$$

6. Odrediti jednačinu normale spuštene iz tačke $M(3,2,1)$ na x−osu.

$$\begin{bmatrix} 1 & k & -1 & 2 \\ 2 & -1 & k & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} / \cdot (-2) & / \cdot (-1) \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & k & -1 & 2 \\ 0 & -2k-1 & 2+k & 1 \\ 0 & 10-k & -5 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & k \\ 0 & 1 & 2+k & -2k-1 \\ 0 & -1 & -5 & 10-k \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & k \\ 0 & 1 & 2+k & -2k-1 \\ 0 & -1 & -5 & 10-k \end{bmatrix} 2+ \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & k \\ 0 & 1 & 2+k & -2k-1 \\ 0 & 0 & k-3 & 9-3k \end{bmatrix}$$

Za $k = 3 \Rightarrow \text{rang}(A) = 2$

Za $k \neq 3 \Rightarrow \text{rang}(A) = 3$

Linearna algebra 1

U   u

31.01.2007.

1. Riješiti sistem matričnom metodom $(3,2,1)$

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 5y & - & 8z & = & 8 \\ 4x & + & 3y & - & 9z & = & 9 \\ 2x & + & 3y & - & 5z & = & -k \\ x & + & 8y & - & 7z & = & 12 \end{array}$$

str. 13. zad. 1.13

gdje je k realan broj.

2. Izračunati determinantu

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & x & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 2 & x & 0 & \dots & 0 \\ 3 & 3 & 3 & x & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & n & \dots & x \end{vmatrix}$$

3. Odrediti inverznu matricu matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 1 \end{pmatrix}.$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ ab & -b & 1 & 0 & 0 \\ -abc & bc & -c & 1 & 0 \\ abcd & -bcd & cd & -d & 1 \end{bmatrix}$$

4. Neka su data dva vektora XOY ravni $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2)$, $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2)$. Dokazati da je površina paralelograma konstruisanog nad tim vektorima $P = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$.

5. Odrediti kanonsku jednačinu elipse:
(a) čija su tjemena $A_1(-4,0)$, $A_2(4,0)$ i $B_1(0,-3)$, $B_2(0,3)$;
(b) ako je rastojanje između žiža 8, a ekscentricitet je $\frac{1}{2}$.

Linearna algebra 1

29.02.2008.

1. Odrediti prirodu rješenja sistema linearnih jednačina u zavisnosti od parametra k

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 4x_3 & & & = & 5 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & = & 2 \\ 4x_1 & - & 4x_2 & + & 8x_3 & + & (k+6)x_4 & = & 0 \end{array}$$

2. Odrediti inverznu matricu matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Izračunati determinantu matrice A reda n

$$A = \begin{pmatrix} a & b & b & \dots & b \\ b & a & b & \dots & b \\ b & b & a & \dots & b \\ \dots & \dots & \dots & \dots & b \\ b & b & b & \dots & a \end{pmatrix}.$$

4. Izračunati zapreminu tetraedra čiji su vrhovi tačke $A(0,-3,-1)$, $B(-2,0,-1)$, $C(-2,-3,5)$, $D(0,0,7)$. Kolika je njegova visina spuštena iz tačke D na bazu?

5. Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku $(4,0,-1)$ i siječe prave

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{3},$$
$$\frac{x}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

6. Kroz tačku $(-3,1,-2)$ postaviti ravan koja prolazi:

(a) kroz tačku $(-3,1-2)$ i z-osu;
(b) kroz tačku $(2,-5,3)$ i paralelna je sa $x0z$ ravni.

PRVI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 1

23.11.2007.

1. (a) Neka su date matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Odrediti element $d_{3,2}$ matrice $D = (AC - BC)^T$.
(b) Transformisati izraz $AC - (C^T B)^T$.

2. Neka je A simetrična matrica. Tada je:

(a) AA^T simetrična matrica;
(b) A^T simetrična matrica;
(c) proizvod dvije simetrične matrice je simetrična matrica.

Obrazložiti istinitost prethodno navedenih tvrdnji.

3. Koje su od sljedecih tvrdnji tačne:
(a) $det(AB) = detA\ detB$;
(b) $det(A^T) = detA$;
(c) $det(A + B) = detA + detB$.

Obrazložiti odgovore!

4. Neka je data matrica $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & k \end{pmatrix}$.

(a) Za koje vrijednosti broja k sistem $Ax = (2, 3, 7)^T$ ima jedinstveno rješenje?
(b) Za koje vrijednosti broja k navedeni sistem ima beskonačno mnogo rješenja?

$$\frac{1+\sqrt{-3}}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{-3}}{1-\sqrt{-3}} = \frac{1-3}{2-\sqrt{-3}} \left(\frac{-2}{2-\sqrt{-3}}\right) \frac{4}{4-3} 1 \quad 4$$

$$\frac{1-\sqrt{-3}}{2} \cdot \frac{1+\sqrt{-3}}{2} = \frac{1-3}{2+\sqrt{3}} \left(\frac{-2}{2+\sqrt{-3}}\right) = \frac{4}{1+3} = \frac{4}{7} -$$

Linearna algebra 1

31.01.2007.

1. Riješiti sistem matričnom metodom

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 5y & - & 8z & = & 8 \\ 4x & + & 3y & - & 9z & = & 9 \\ 2x & + & 3y & - & 5z & = & -k \\ x & + & 8y & - & 7z & = & 12 \end{array},$$

1-0
1-0

gdje je k realan broj.

2. Izračunati determinantu

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & x & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 2 & x & 0 & \dots & 0 \\ 3 & 3 & 3 & x & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ n & n & n & n & \dots & x \end{vmatrix}$$

3. Odrediti inverznu matricu matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Neka su data dva vektora XOY ravni $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$. Dokazati da je površina paralelograma konstruisanog nad tim vektorima $P = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$.

5. Odrediti kanonsku jednačinu elipse:
(a) čija su tjemena $A_1(-4,0)$, $A_2(4,0)$ i $B_1(0,-3)$, $B_2(0,3)$;
(b) ako je rastojanje između žiža 8, a ekscentricitet je $\frac{1}{2}$.

Linearna algebra (kolokvij)

28.05.2010.

(3) $\begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 0 & \dots & & \\ & & & \end{bmatrix}$

1. Riješiti sistem

$$\begin{array}{rcrcrcl} m\,x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & m\,y & + & z & = & 1\,,\ m \in R. \\ x & + & y & + & m\,z & = & 1 \end{array}$$

2. Odrediti inverz matrice (Gaus-Žordanov metod)

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Odrediti rang matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}, \lambda \in R.$$

4. Dokazati da su matrice reda 2 koje su komutativne sa matricom $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ međusobno komutativne.

5. Izračunati determinantu matrice

$$\begin{pmatrix} 1+x_1y_1 & 1+x_1y_2 & \cdots & 1+x_1y_n \\ 1+x_2y_1 & 1+x_2y_2 & \cdots & 1+x_2y_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1+x_ny_1 & 1+x_ny_2 & \cdots & 1+x_ny_n \end{pmatrix}$$

$\frac{3}{2} - 1 = \frac{3-2}{2}$

$\frac{9}{4} - 2 = \frac{9-8}{4}$

6. Neka su X i Y različiti potprostori dimenzije 4 vektorskog prostora Z koji je dimenzije 6. Odrediti moguću dimenziju potprostora $X \cap Y$.

(2.) $[A|E] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] /\cdot(-1) \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] /\cdot(-2) \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] /:2$

$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 2 & 1/2 & 1 & 3/2 \end{array}\right] :2 \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/4 & 1/2 & 3/4 \end{array}\right] \cdot(3)$

$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/4 & 1/2 & 3/4 \end{array}\right]$. Dakle, $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

Linearna algebra 1

16.04.2008.

1. U vektorskom prostoru uređenih trojki kompleksnih brojeva nad poljem:
   (a) $\mathbb{R}$;
   (b) $\mathbb{C}$;
   ispitati linearnu zavisnost vektora

$$a = (3-2i, i, 1+i),\ b = (1, -i, 1-i),\ c = (4-i, 1, 3+i).$$

2. Odrediti inverznu matricu matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

$ay - cx + bx - az = c - b$

$bx = a - cy$

bx

$ay + bz = a$

$bz + cy$

ay

3. Odrediti prirodu rješenja sistema

$$\begin{array}{rcrcl} ay & + & bx & = & c \\ cx & + & az & = & b \\ bz & + & cy & = & a \end{array}.$$

$\Rightarrow \cancel{c = 0 + bz}$

$c = -bz$

$ay -$

4. Odrediti tačku simetričnu tački $(2, 7, 1)$ u odnosu na ravan

$$x - 4y + z + 7 = 0.$$

$F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$

5. Odrediti jednačinu hiperbole koja prolazi kroz tačku $M(4\sqrt{2}, 3)$ i ima zajedničke žiže sa elipsom

$$\frac{x^2}{35} + \frac{y^2}{10} = 1.$$

$\boxed{x = -z}$

$ay - cx - bx - az = c - b$

$ay + bx + bz = ay$

$bx = -bz$

$ay - cx - bx - az = c - b$

$ay - bz + bz = ay$

ay

$0 = ay$

bx

$-cx + bz + az = c - b$

0

$(-ay - bx)x + bz + az = c - b$

$ay + bx + bz = ay$

$\boxed{\cancel{2bx = 0}}$

$bx + bz = 0$

$ay = 0$

$bx = -bz$

$(cx + cy)x$

$x(bz + cy) + x(cx + az) = c$

$byz + cy^2 + cx^2 + azx = c$

$x(ay + bx) + z(bz + cy) = a$

$bz^2 + cyz = a$

$axy + by^2 + bz^2 + cyz$

$byz + cy^2 + cx^2 + azx$

Linearna algebra

13.07.2010.

1. Odrediti A^n ako je

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ knjiga

2. Odrediti rješenja sistema linearnih jednačina u zavisnosti od realnog parametra λ

$$\begin{array}{ccccccc} (\lambda+1)x & + & y & + & z & = & 2-\lambda \\ x & + & (\lambda+1)y & + & z & = & -2 \\ x & + & y & + & (\lambda+1)z & = & \lambda \end{array}$$ knjiga, sveska

3. Odrediti rang matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}, \lambda \in R.$$ sveska, zbirka

4. Obrazložiti istinitost sledećih tvrdnji;
(a) presjek potprostora vektorskog prostora je njegov potprostor;
(b) unija potprostora vektorskog prostora je njegov potprostor.

5. Dokazati da jednake spektre imaju:
(a) matrice A, A^T;
(b) slične matrice. sveska

6. Da li proizvoljno linearno preslikavanje preslikava skup linearno nezavisnih vektora u skup linearno nezavisnih vektora? Obrazložiti odgovor.

Linearna algebra -I godina

30.09.2010.

1. Dokazati sledeću relaciju
$$\begin{vmatrix} 1+\alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n \\ \alpha_1 & 1+\alpha_2 & \cdots & \alpha_n \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & 1+\alpha \end{vmatrix} = 1+\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n.$$

2. Dokazatu da je proizvod gornjih (donjih) trougaonih matrica gornja (donja) trougaona matrica.

3. Dokazati da skup W rješenja nehomogenog sistema linearnih jednačina
$$a_{11}x_1+\cdots+a_{1n}x_n=0,$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1+\cdots+a_{mn}x_n=0$$
sa realnim koeficijentima obrazuje potprostor vektorskog prostora R^n.

4. Obrazložiti da li je R^2 potprostor od vektorskog prostora R^3.

5. U prostoru R^4 dati su vektori
$$x_1=(1,1,2,1), x_2=(1,-1,0,1), x_3=(0,0,-1,1), x_4=(1,2,2,0), x=(1,1,1,1).$$
(a) Dokazati da (x_1,x_2,x_3,x_4) čine bazu prostora R^4;
(b) Odrediti koordinate vektora x u odnosu na tu bazu.

6. Dijagonalizovati matricu
$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Linearna algebra 1

01.07.2010.

\+ 1. U zavisnosti od parametra λ riješiti sistem

$$\begin{array}{ccccccc} \lambda x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & \lambda y & + & z & = & \lambda \\ x & + & y & + & \lambda z & = & \lambda \end{array}$$

zbirka

\+ 2. Odrediti rang matrice

$$\begin{pmatrix} n-1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & n-1 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & \cdots & n-1 \end{pmatrix}$$

\+ ? 3. Neka su $v_1, v_2, v_3, ..., v_n$ vektori prostora V. Ispitati linearnu nezavisnost skupa $\{v_1 + v_2, v_2 + v_3, ..., v_n + v_1\}$ u zavisnosti od parnosti broja n. zbirka, svesku

? 4. Neka je R^+ skup svih pozitivnih realnih brojeva. Dokazati da je tada R^+ vektorski prostor nad poljem R, ako se sabiranje vektora označeno sa $\oplus$ i množenje vektora skalarom označeno sa $\odot$ definišu na sledeći način

$$a \oplus b = ab,\ a \odot \alpha = a^{\alpha}, a, b \in R^+, \alpha \in R.$$

? 5. Neka su U i V potprostori vektorskog prostora R^4

$$U = \{(a, b, c, d) \mid b + c + d = 0\},$$

$$V = \{(a, b, c, d) \mid a + b = 0, c = 2d\}.$$

Odrediti baze i dimenzije potprostora $U, V, U \cap V, U + V$.

? 6. Neka je $A : R^4 \to R^4$ linearan operator definisan sa: $A(x, y, z, t) = (x + 2y + 3z, 2x + 3y + t, x - 3z + 2t, -y + t)$. Odrediti jednu bazu prostora $ker(A)$ i prostora $A(R^4)$.

(1) $\left[\begin{array}{ccc|c} \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda & \lambda \end{array}\right]$

Ispit iz Linearne algebre 1

11. 05. 2009. godine

Ispit se radi 120 minuta

Zadatak 1. Matricu

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

napisati kao proizvod elementarnih matrica.

20 poena

Zadatak 2. Pretpostavimo da su α, β i γ rješenja jednačine $x^3 + px + q = 0$. dokazati da je

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \gamma & \beta & \alpha \\ \beta & \alpha & \gamma \end{vmatrix} = 0.$$

30 poena

Zadatak 3. Kroz tačku presjeka ravni $x+y+z-1=0$ i prave $y=1,\ z+1=0$ postaviti pravu koja leži u datoj ravni i normalna je na datu pravu.

20 poena

Zadatak 4. U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^n$ dato je n vektora:

$$\begin{aligned}
x_1 &= (1, a, a, \ldots, a, a), \\
x_2 &= (a-1, 2, a, \ldots, a, a), \\
x_3 &= (a-2, a, 3, \ldots, a, a) \\
&\vdots \\
x_{n-1} &= (a-n+2, a, \ldots, n-1, a) \\
x_n &= (a-n+1, a, \ldots, a, n)
\end{aligned}$$

Odrediti vrijednost parametra a tako da ti vektori budu linearno nezavisni.

30 poena

Ispit iz Linearne algebre 1

11. 05. 2009. godine

Ispit se radi 120 minuta

Zadatak 1. Matricu

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

napisati kao proizvod elementarnih matrica.

20 poena

Zadatak 2. Pretpostavimo da su α, β i γ rješenja jednačine $x^3+px+q=0$. dokazati da je

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \gamma & \beta & \alpha \\ \beta & \alpha & \gamma \end{vmatrix} = 0.$$

30 poena

Zadatak 3. Kroz tačku presjeka ravni $x+y+z-1=0$ i prave $y=1,\ z+1=0$ postaviti pravu koja leži u datoj ravni i normalna je na datu pravu.

20 poena

Zadatak 4. U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^n$ dato je n vektora:

$$\begin{aligned}
x_1 &= (1, a, a, \ldots, a, a), \\
x_2 &= (a-1, 2, a, \ldots, a, a), \\
x_3 &= (a-2, a, 3, \ldots, a, a) \\
&\vdots \\
x_{n-1} &= (a-n+2, a, \ldots, n-1, a) \\
x_n &= (a-n+1, a, \ldots, a, n)
\end{aligned}$$

Odrediti vrijednost parametra a tako da ti vektori budu linearno nezavisni.

30 poena

Linearna algebra -informatika

08.10.2009.

1. U zavisnosti od parametra λ riješiti sistem

$$\begin{aligned} \lambda x &+ y &+ z &= 1 \\ x &+ \lambda y &+ z &= \lambda \\ x &+ y &+ \lambda z &= \lambda \end{aligned}$$

2. Odrediti inverz matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & \cdots & a^n \\ 0 & 1 & a & \cdots & a^{n-1} \\ \cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Dokazati da su matrice reda 2 koje su komutativne sa matricom $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ međusobno komutativne.

4. Obrazložiti istinitost sledećih tvrdnji;
   (a) presjek potprostora vektorskog prostora je njegov potprostor;
   (b) unija potprostora vektorskog prostora je njegov potprostor.

5. Neka je $A : R^4 \to R^4$ linearan operator definisan sa:
   $A(x, y, z, t) = (x + 2y + 3z, 2x + 3y + t, x - 3z + 2t, -y + t)$. Odrediti jednu bazu prostora $ker(A)$ i prostora $A(R^4)$.

6. Slične matrice imaju jednake spektre. Dokazati.

$0 \quad 1 \quad a \quad \cdots \quad a^{n-1}$

$0 \quad 0 \quad 1 \quad a \quad \cdots \quad a^{n-2}$

$0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad a \cdots \quad a^{n-3}$

Linearna algebra -informatika

08.10.2009.

1. U zavisnosti od parametra λ riješiti sistem

$$\begin{array}{ccccccc} \lambda x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & \lambda y & + & z & = & \lambda \\ x & + & y & + & \lambda z & = & \lambda \end{array}.$$

2. Odrediti inverz matrice $$\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & \cdots & a^n \\ 0 & 1 & a & \cdots & a^{n-1} \\ \cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Dokazati da su matrice reda 2 koje su komutativne sa matricom $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ međusobno komutativne.

4. Obrazložiti istinitost sledećih tvrdnji;
   (a) presjek potprostora vektorskog prostora je njegov potprostor;
   (b) unija potprostora vektorskog prostora je njegov potprostor.

5. Neka je $A : R^4 \to R^4$ linearan operator definisan sa:
   $A(x, y, z, t) = (x + 2y + 3z, 2x + 3y + t, x - 3z + 2t, -y + t)$. Odrediti jednu bazu prostora $ker(A)$ i prostora $A(R^4)$.

6. Slične matrice imaju jednake spektre. Dokazati.

$0 \quad 1 \quad a \ \cdots \ a^{n-1}$

$0 \quad 0 \quad 1 \quad a \ \cdots \ a^{n-2}$

$0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad a \cdots \ a^{n-3}$

Linearna algebra- 1. godina

16.09.2010.

1. Odrediti A^n ako je
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ zbirka

2. Odrediti rješenja sistema linearnih jednačina u zavisnosti od realnog parametra λ
$$\begin{array}{rcrcrcl} (\lambda+1)x & + & y & + & z & = & 2-\lambda \\ x & + & (\lambda+1)y & + & z & = & -2 \\ x & + & y & + & (\lambda+1)z & = & \lambda \end{array}$$ zbirka sveske

3. Odrediti rang matrice
$$\left.\begin{pmatrix} n-1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & n-1 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & \cdots & n-1 \end{pmatrix}.\right\} n$$

4. Obrazložiti istinitost sledećih tvrdnji;
(a) presjek potprostora vektorskog prostora je njegov potprostor;
(b) unija potprostora vektorskog prostora je njegov potprostor. sveske

5. Dokazati da jednake spektre imaju:
(a) matrice A, A^T;
(b) slične matrice. sveska

6. Neka je $U = \mathcal{L}(\{(1,0,i,0),(i,2i,0,1),(1,2,2,i)\}) \subset C^4$. Odrediti jednu bazu potprostora $U^\perp$.

АН1.
ПР1
ЛИН1
~~ОН1~~
~~ОН2~~
ДМ.
~~ЕН~~
ЕЛ.

Linearna algebra 1

4.07.2008.

АН.1
~~ЛН 1~~
~~ОН 1~~
~~ОН 2~~
~~ЕН.~~
~~СЕМ.~~

1. Odrediti rang matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$.

2. Izračunati determinantu matrice $D_n = (d_{ij})_{nxn}$, gdje je $d_{ij} = min\{i,j\}$ za sve $i,j \in \{1,2,\dots,n\}$. ДИ. 4
ПР 7

3. Odrediti vektor $\vec{x}$ koji je normalan na vektore $\vec{a} = (2,-3,1)$ i $\vec{b} = (1,-2,3)$ i koji zadovoljava uslov

$$\vec{x}(\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}) = 10.$$

4. Izračunati površinu trougla ABC ako su dati vrhovi $A(-1,2,1)$, $B(4,5,3)$ i tačka $E(3,4,4)$ na stranici BC iako je ugao u tjemenu C pravi ugao.

5. Date su prave

$$(L_1): x = 1 + 2t, y = 1 - t, z = 3t;$$
$$(L_2): x = y, x + y + z = 1;$$
$$(L_3): x = t, y = 1 + t, z = 2t.$$

$4i + 2j + 3k$

$2(4i + 2j + 3k) +$

(a) Odrediti jednačinu ravni π koja je paralelna sa (L_1) i sadrži (L_2).
(b) Odrediti tačke presjeka ravni π sa pravom (L_3).

$a \cdot b = 0$

$X = au + bv$

$\cancel{i = (2i - 3j + k)}($

$X = \mu(2i - 3j + k) + \nu(i - 2j + 3k)$

$8i + 4j + 6k + i - j + k$

$\cancel{8}\, 7i + 3j + 7k$

$X = 2\mu i - 3\mu j + \mu k + \nu i - 2\nu j + 3\nu k$

$X = i(2\mu + \nu) + j(-3\mu - 2\nu) + k(\mu + 3\nu)$

$-1, -1, 1$

$4i + 2j + 3k - (-i + j + k)$

$+ \; + \; -$

$2AE + BE$

$i \; 12i + 2k$